

## ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

### (1) ΓΕΝΙΚΑ

<b>ΣΧΟΛΗ</b>	ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ		
<b>ΤΜΗΜΑ</b>	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ		
<b>ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΠΟΥΔΩΝ</b>	ΠΡΟΠΤΥΧΙΑΚΟ		
<b>ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b>	61101	<b>ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ</b>	6 <sup>ο</sup>
<b>ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b>	ΘΕΩΡΙΑ ΜΕΤΡΟΥ		
<b>ΑΥΤΟΤΕΛΕΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ</b> <i>σε περίπτωση που οι πιστωτικές μονάδες απονέμονται σε διακριτά μέρη του μαθήματος π.χ. Διαλέξεις, Εργαστηριακές Ασκήσεις κ.λπ. Αν οι πιστωτικές μονάδες απονέμονται ενιαία για το σύνολο του μαθήματος αναγράψτε τις εβδομαδιαίες ώρες διδασκαλίας και το σύνολο των πιστωτικών μονάδων</i>		<b>ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΕΣ ΩΡΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ</b>	<b>ΠΙΣΤΩΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ</b>
Διαλέξεις		4	5
Ασκήσεις		2	2
Προσθέστε σειρές αν χρειαστεί. Η οργάνωση διδασκαλίας και οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται περιγράφονται αναλυτικά στο (δ).		6	7
<b>ΤΥΠΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b> <i>γενικού υποβάθρου, ειδικού υποβάθρου, ειδίκευσης γενικών γνώσεων, ανάπτυξης δεξιοτήτων</i>	Ειδικού Υποβάθρου (Υποχρεωτικό μάθημα)		
<b>ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:</b>	Όχι		
<b>ΓΛΩΣΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ και ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ:</b>	Ελληνική		
<b>ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ ERASMUS</b>	Ναι (στην αγγλική γλώσσα, για φοιτητές Erasmus)		
<b>ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ (URL)</b>	<a href="http://math.uth.gr/?page_id=652">http://math.uth.gr/?page_id=652</a>		

### (2) ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

<p><b>Μαθησιακά Αποτελέσματα</b> <i>Περιγράφονται τα μαθησιακά αποτελέσματα του μαθήματος οι συγκεκριμένες γνώσεις, δεξιότητες και ικανότητες καταλλήλου επιπέδου που θα αποκτήσουν οι φοιτητές μετά την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος.</i></p> <p><i>Συμβουλευτείτε το Παράρτημα Α</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Περιγραφή του Επιπέδου των Μαθησιακών Αποτελεσμάτων για κάθε ένα κύκλο σπουδών σύμφωνα με το Πλαίσιο Προσόντων του Ευρωπαϊκού Χώρου Ανώτατης Εκπαίδευσης</li> <li>• Περιγραφικοί Δείκτες Επιπέδων 6, 7 &amp; 8 του Ευρωπαϊκού Πλαισίου Προσόντων Διά Βίου Μάθησης και το Παράρτημα Β</li> <li>• Περιληπτικός Οδηγός συγγραφής Μαθησιακών Αποτελεσμάτων</li> </ul> <p>Στο μάθημα γίνεται μία συστηματική ανάπτυξη της γενικής Θεωρίας Μέτρου. Η Θεωρία Μέτρου και Ολοκλήρωσης κατά Lebesgue παίζουν κεντρικό ρόλο σε όλο το φάσμα της Ανάλυσης και της μοντέρνας Θεωρίας Πιθανοτήτων και ο στόχος του μαθήματος είναι η εξοικείωση των φοιτητριών και φοιτητών με τα εργαλεία που παρέχει αυτή η θεωρία. Παρότι το μέτρο Lebesgue είναι σημαντικό μέρος του μαθήματος, η έμφαση δίνεται στη γενική θεωρία μέτρου και ολοκλήρωσης.</p> <p>Με την επιτυχή παρακολούθηση και ολοκλήρωση του μαθήματος η φοιτήτρια/ο φοιτητής θα είναι σε θέση:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να γνωρίζει την έννοια της άλγεβρας, σ-άλγεβρας που παράγεται από μία οικογένεια συνόλων και την έννοια της Borel σ-άλγεβρας ενός μετρικού χώρου.</li> <li>• Να έχει κατανοήσει τις έννοιες του μέτρου, του εξωτερικού μέτρου και την έννοια της μετρησιμότητας ως προς κάποιο μέτρο και είναι σε θέση να συνδέει την έννοια του μέτρου με την ήδη γνωστή του έννοια της πιθανότητας.</li> <li>• Να έχει κατανοήσει την έννοια του πλήρους χώρου μέτρου και γνωρίζει πως πληρώνεται ένας χώρος μέτρου.</li> </ul>
---

- Να γνωρίζει την κατασκευή του μέτρου Lebesgue στο μονοδιάστατο και πολυδιάστατο Ευκλείδειο χώρο, να έχει κατανοήσει την έννοια του Lebesgue μετρήσιμου συνόλου και να γνωρίζει τις βασικές ιδιότητες του μέτρου Lebesgue.
- Να έχει κατανοήσει την έννοια της μετρήσιμης συνάρτησης, και να γνωρίζει ότι αθροίσματα, γινόμενα, όρια και άνω και κάτω όρια μετρήσιμων συναρτήσεων είναι μετρήσιμες συναρτήσεις, όπως επίσης και ότι μέγιστα και ελάχιστα αριθμήσιμων οικογενειών μετρήσιμων συναρτήσεων είναι μετρήσιμες συναρτήσεις και ακόμη ότι κάποιες συναρτήσεις, όπως για παράδειγμα η απόλυτη τιμή ή το τετράγωνο, μετρήσιμης συνάρτησης είναι επίσης μετρήσιμες.
- Να έχει κατανοήσει την έννοια του ολοκληρώματος ως προς κάποιο μέτρο, τον ρόλο της μετρησιμότητας στον ορισμό του και την έννοια της ολοκληρώσιμης συνάρτησης, ως προς κάποιο μέτρο.
- Να γνωρίζει τα βασικές ιδιότητες του ολοκληρώματος.
- Να γνωρίζει τα βασικά οριακά θεωρήματα της θεωρίας ολοκλήρωσης κατά Lebesgue, συγκεκριμένα του θεωρημάτων μονότονης και κυριαρχημένης σύγκλισης, του λήμματος του Fatou και του θεωρήματος Beppo-Levi και πως και πότε αυτά χρησιμοποιούνται.
- Να έχει κατανοήσει την σχέση του ολοκληρώματος ως προς το μέτρο Lebesgue με το ήδη γνωστό του ολοκλήρωμα Riemann και να γνωρίζει πώς να υπολογίζει ολοκληρώματα ως προς τα μέτρα Lebesgue.
- Να γνωρίζει την ανισότητα Markov και να έχει δει κάποιες από τις χρήσεις της.
- Να γνωρίζει τους βασικούς τρόπους σύγκλισης ακολουθιών μετρήσιμων συναρτήσεων και συγκεκριμένα την σχεδόν παντού σύγκλιση, τη σύγκλιση κατά μέτρο και τη σύγκλιση κατά μέσο ή  $L^1$ -σύγκλιση και τις σχέσεις μεταξύ τους.
- Να γνωρίζει πως να αποδεικνύει ότι δεδομένες ακολουθίες συναρτήσεων, είτε συγκεκριμένες είτε με συγκεκριμένες γενικές ιδιότητες, συγκλίνουν με κάποιον από τους παραπάνω τρόπους.
- Να γνωρίζει την έννοια του μέτρου γινόμενου, τις απαιτήσεις για την ύπαρξη του, τις ακριβείς διατυπώσεις και απαιτήσεις των θεωρημάτων Tonelli και Fubini και κάποιες βασικές εφαρμογές των θεωρημάτων αυτών.

#### Γενικές Ικανότητες

Λαμβάνοντας υπόψη τις γενικές ικανότητες που πρέπει να έχει αποκτήσει ο πτυχιούχος (όπως αυτές αναγράφονται στο Παράρτημα Διπλώματος και παρατίθενται ακολούθως) σε ποια / ποιες από αυτές αποσκοπεί το μάθημα:

Αναζήτηση, ανάλυση και σύνθεση δεδομένων και πληροφοριών, με τη χρήση και των απαραίτητων τεχνολογιών

Προσαρμογή σε νέες καταστάσεις

Λήψη αποφάσεων

Αυτόνομη εργασία

Ομαδική εργασία

Εργασία σε διεθνές περιβάλλον

Εργασία σε διεπιστημονικό περιβάλλον

Παράγωγή νέων ερευνητικών ιδεών

Σχεδιασμός και διαχείριση έργων

Σεβασμός στη διαφορετικότητα και στην πολυπολιτισμικότητα

Σεβασμός στο φυσικό περιβάλλον

Επίδειξη κοινωνικής, επαγγελματικής και ηθικής υπευθυνότητας

και ευαισθησίας σε θέματα φύλου

Άσκηση κριτικής και αυτοκριτικής

Προαγωγή της ελεύθερης, δημιουργικής και επαγωγικής σκέψης

.....

Άλλες...

.....

Με την επιτυχή παρακολούθηση και ολοκλήρωσή του, το μάθημα αποσκοπεί στο να έχει αποκτήσει η φοιτήτρια/ο φοιτητής τις παρακάτω ικανότητες:

- Αυτόνομη εργασία
- Προαγωγή της ελεύθερης, δημιουργικής και επαγωγικής σκέψης
- Αναλυτική και συνθετική σκέψη
- Κριτική σκέψη
- Επίλυση προβλημάτων

### (3) ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

- Άλγεβρες,  $\sigma$ -Άλγεβρες, σύνολα Borel, παραδείγματα: η  $\sigma$ -Άλγεβρα των Borel συνόλων του  $\mathbb{R}$  και του  $\mathbb{R}^2$ .  
Μέτρα, ιδιότητες των μέτρων, πεπερασμένα μέτρα, παραδείγματα, σύνολα μηδενικού μέτρου,

<p>πλήρες μέτρο.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Εξωτερικό μέτρο, μετρήσιμα σύνολα ως προς ένα εξωτερικό μέτρο, Θεώρημα Καραθεοδωρή.</li> <li>• Εξωτερικό μέτρο Lebesgue, μέτρο Lebesgue, Lebesgue μετρήσιμα σύνολα στον <math>\mathbb{R}</math> και <math>\mathbb{R}^2</math>.</li> <li>• Lebesgue μετρήσιμες συναρτήσεις.</li> <li>• Ολοκλήρωμα Lebesgue.</li> <li>• Βασικά οριακά θεωρήματα σύγκλισης. Σύγκριση του ολοκληρώματος Lebesgue με το ολοκλήρωμα Riemann.</li> <li>• <math>\sigma</math>-Άλγεβρα γινόμενο. Μέτρο γινόμενο δυο χώρων <math>\sigma</math>-πεπερασμένου μέτρου, Θεώρημα Fubini.</li> <li>• Ακολουθίες μετρήσιμων συναρτήσεων. Οι χώροι <math>L^p</math>.</li> </ul>
---

#### (4) ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ και ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

<p><b>ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ</b> <i>Πρόσωπο με πρόσωπο, Εξ αποστάσεως εκπαίδευση κ.λπ.</i></p>	<p>Πρόσωπο με πρόσωπο, στο αμφιθέατρο.</p>	
<p><b>ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ</b> <i>Χρήση Τ.Π.Ε. στη Διδασκαλία, στην Εργαστηριακή Εκπαίδευση, στην Επικοινωνία με τους φοιτητές</i></p>	<p>Υποστήριξη εκπαιδευτικής διαδικασίας μέσω της ηλεκτρονικής πλατφόρμας e-class</p> <p>Χρήση Τ.Π.Ε. στην επικοινωνία με τους φοιτητές (e-mail, ανακοινώσεις μέσω της ηλεκτρονικής πλατφόρμας e-class)</p> <p>Υποστήριξη Μαθησιακής διαδικασίας μέσω της ηλεκτρονικής πλατφόρμας e-class</p>	
<p><b>ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ</b> <i>Περιγράφονται αναλυτικά ο τρόπος και μέθοδοι διδασκαλίας. Διαλέξεις, Σεμινάρια, Εργαστηριακή Άσκηση, Άσκηση Πεδίου, Μελέτη &amp; ανάλυση βιβλιογραφίας, Φροντιστήριο, Πρακτική (Τοποθέτηση), Κλινική Άσκηση, Καλλιτεχνικό Εργαστήριο, Διαδραστική διδασκαλία, Εκπαιδευτικές επισκέψεις, Εκπόνηση μελέτης (project), Συγγραφή εργασίας / εργασιών, Καλλιτεχνική δημιουργία, κ.λπ.</i></p> <p><i>Αναγράφονται οι ώρες μελέτης του φοιτητή για κάθε μαθησιακή δραστηριότητα καθώς και οι ώρες μη καθοδηγούμενης μελέτης σύμφωνα με τις αρχές του ECTS</i></p>	<p><b>Δραστηριότητα</b></p>	<p><b>Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου</b></p>
	<p>Διαλέξεις</p>	<p>52</p>
	<p>Ασκήσεις- Φροντιστήριο</p>	<p>26</p>
	<p>Αυτοτελής Μελέτη Θεωρίας</p>	<p>42</p>
	<p>Ατομική Μελέτη/Προετοιμασία</p>	<p>30</p>
	<p>Μελέτη για τελική εξέταση</p>	<p>25</p>
	<p>Σύνολο Μαθήματος (25 ώρες φόρτου εργασίας ανά πιστωτική μονάδα)</p>	<p>175</p>
<p><b>ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ</b> <i>Περιγραφή της διαδικασίας αξιολόγησης</i></p> <p><i>Γλώσσα Αξιολόγησης, Μέθοδοι αξιολόγησης, Διαμορφωτική ή Συμπερασματική, Δοκιμασία Πολλαπλής Επιλογής, Ερωτήσεις Σύντομης Απάντησης, Ερωτήσεις Ανάπτυξης Δοκιμίων, Επίλυση Προβλημάτων, Γραπτή Εργασία, Έκθεση / Αναφορά, Προφορική Εξέταση, Δημόσια Παρουσίαση, Εργαστηριακή Εργασία, Κλινική Εξέταση Ασθενούς, Καλλιτεχνική Ερμηνεία, Άλλη / Άλλες</i></p> <p><i>Αναφέρονται ρητά προσδιορισμένα κριτήρια αξιολόγησης και εάν και που είναι προσβάσιμα από τους φοιτητές.</i></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Γραπτή τελική εξέταση (100% του τελικού βαθμού) στην ελληνική γλώσσα με τη μορφή: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ερωτήσεων ανάπτυξης.</li> <li>▪ Ερωτήσεων ανοικτού τύπου/Σύντομης απάντησης/ πολλαπλής επιλογής με πλήρη τεκμηρίωση των απαντήσεων.</li> </ul> </li> <li>2. Ατομικές εργασίες, η βαθμολογία των οποίων συνυπολογίζεται στον τελικό βαθμό.</li> <li>3. Προφορικές εξετάσεις (όταν προβλέπεται).</li> <li>4. Ο τρόπος και τα κριτήρια αξιολόγησης είναι προσβάσιμα από τις φοιτήτριες και τους φοιτητές μέσω της πλατφόρμας e-class.</li> </ol>	

## (5) ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Κουμουλλής Γ. Χ., Νεγρεπόντης Στ., Θεωρία Μέτρου, Εκδ. Συμμετρία, 2005. Κωδικός βιβλίου στον Εύδοξο: 45284
2. Ανούσης Μ., Τσολομύτης Α., Φελουζής Β., Πραγματική Ανάλυση, Εκδ. Σ. Αθανασόπουλος, 2014. Κωδικός βιβλίου στον Εύδοξο: 68399820
3. Μπετσάκος Δ., Εισαγωγή στην Πραγματική Ανάλυση, Εκδ. Κυριακίδη, 2016. Κωδικός βιβλίου στον Εύδοξο: 55468940

### **Πρόσθετο Διδακτικό Υλικό**

4. Σαραντόπουλος Γ., Μια εισαγωγή στη Θεωρία Μέτρου και Ολοκλήρωσης, Εκδ. Γ. Σαραντόπουλος, Ηλεκτρονικό βοήθημα/σημειώσεις, 2018. Κωδικός στον Εύδοξο: 92704566