



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



Τετάρτη, 1/4/2020 , στις 13:00

«Μαθηματική μοντελοποίηση σε καιρούς επιδημίας»

Ιωάννης Ρίζος

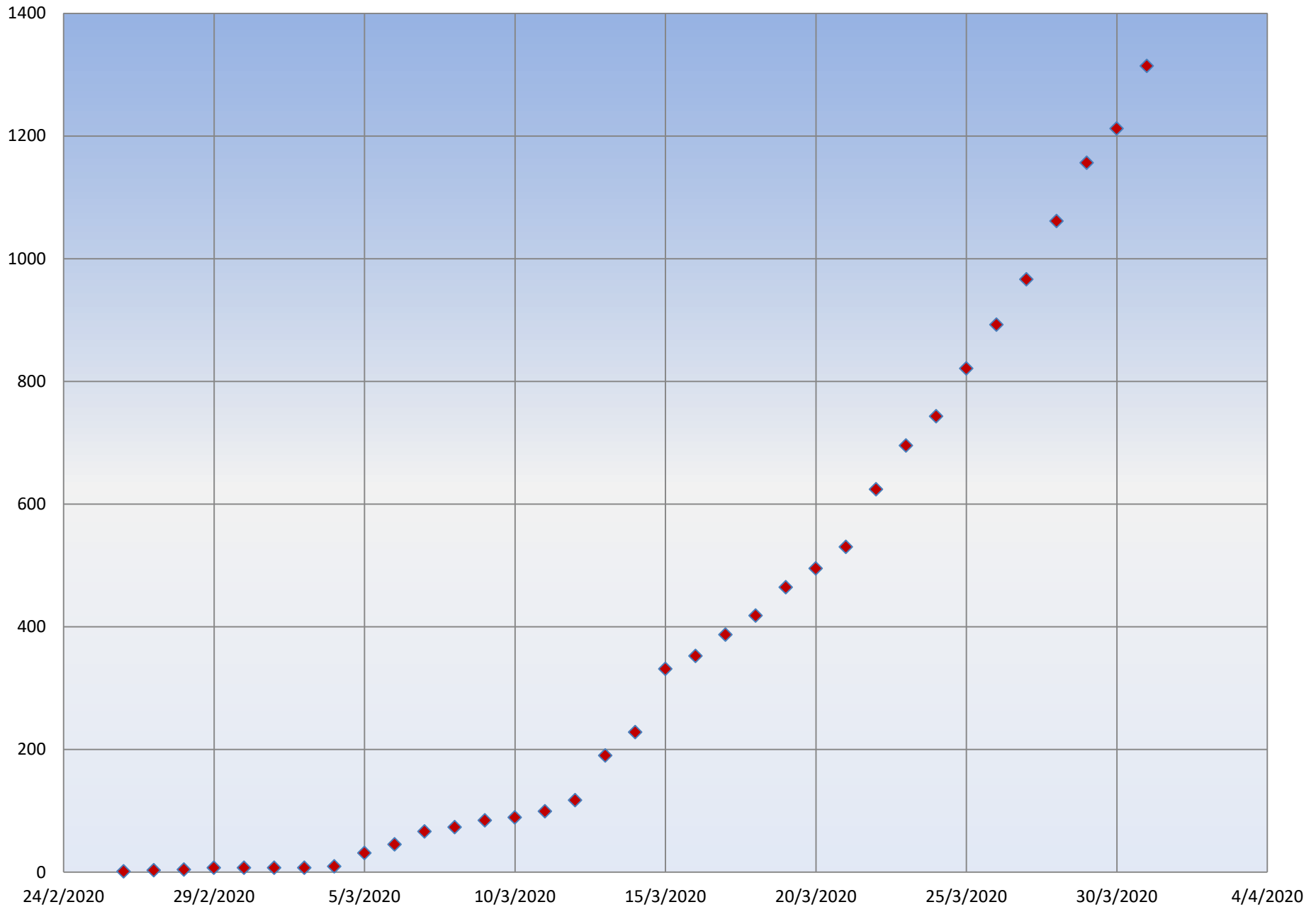
Τον τελευταίο καιρό, με αφορμή την εξάπλωση του νέου κορωνοϊού COVID-19, γίνεται πολύς λόγος για τον **νόμο της εκθετικής μεταβολής** και χρησιμοποιούνται απλοποιημένες προσεγγίσεις προκειμένου να βοηθηθεί το ευρύ κοινό να κατανοήσει τη σημασία του. Συνήθως δίνεται ως παράδειγμα «η πληρωμή του εφευρέτη του σκακιού», το οποίο υπάρχει και ως άσκηση στο σχολικό βιβλίο της *Άλγεβρας* της Α' Λυκείου, στο μάθημα της γεωμετρικής προόδου.

- i. η γεωμετρική πρόοδος είναι το διακριτό ανάλογο της εκθετικής συνάρτησης και
- ii. για τη χώρα μας ο λόγος της προόδου είναι, με τα έως τώρα δεδομένα, κατά 25% μικρότερος του 2 που συναντάμε στο παράδειγμα. Με άλλα λόγια ο αριθμός των επιβεβαιωμένων κρουσμάτων μιας ημέρας είναι κατά μέσο όρο το 1,5 του αριθμού των κρουσμάτων της προηγούμενης.

Δεν θα ασχοληθούμε τόσο με το εάν πράγματι τα συνολικά κρούσματα της νόσου αυξάνονται εκθετικά ούτε με το εάν η γραφική παράσταση που απεικονίζει τα βεβαιωμένα κρούσματα της νόσου σε μια χώρα A αποτελεί οριζόντια μετατόπιση (π.χ. καθυστέρηση κατά x ημέρες) της γραφικής παράστασης μιας άλλης χώρας B, ούτε με το πότε ένα εκθετικό γράφημα θα παρουσιάσει σημείο καμπής (και έτσι η εξίσωση θα μετατραπεί από εκθετική σε λογιστική).

- Αυτό που κυρίως μας απασχολεί εδώ είναι η (άκριτη) χρήση των μαθηματικών μοντέλων, οι φιλοσοφικές τους προϋποθέσεις και οι διδακτικές τους προεκτάσεις.

Συνολικά κρούσματα COVID-19 στην Ελλάδα



Αν και το εκπαιδευτικό μας σύστημα επιδιώκει, τουλάχιστον τις τελευταίες δεκαετίες, την εισαγωγή των Μαθηματικών μέσα σε ένα κοινωνικό πλαίσιο συμφραζομένων, δεν φαίνεται να εξασφαλίζει παράλληλα εκτός από τη χρήση των μαθηματικών μεθόδων και ένα περιβάλλον κριτικής συζήτησης για την καταλληλότητα της εφαρμογής τους σε πραγματικά προβλήματα.

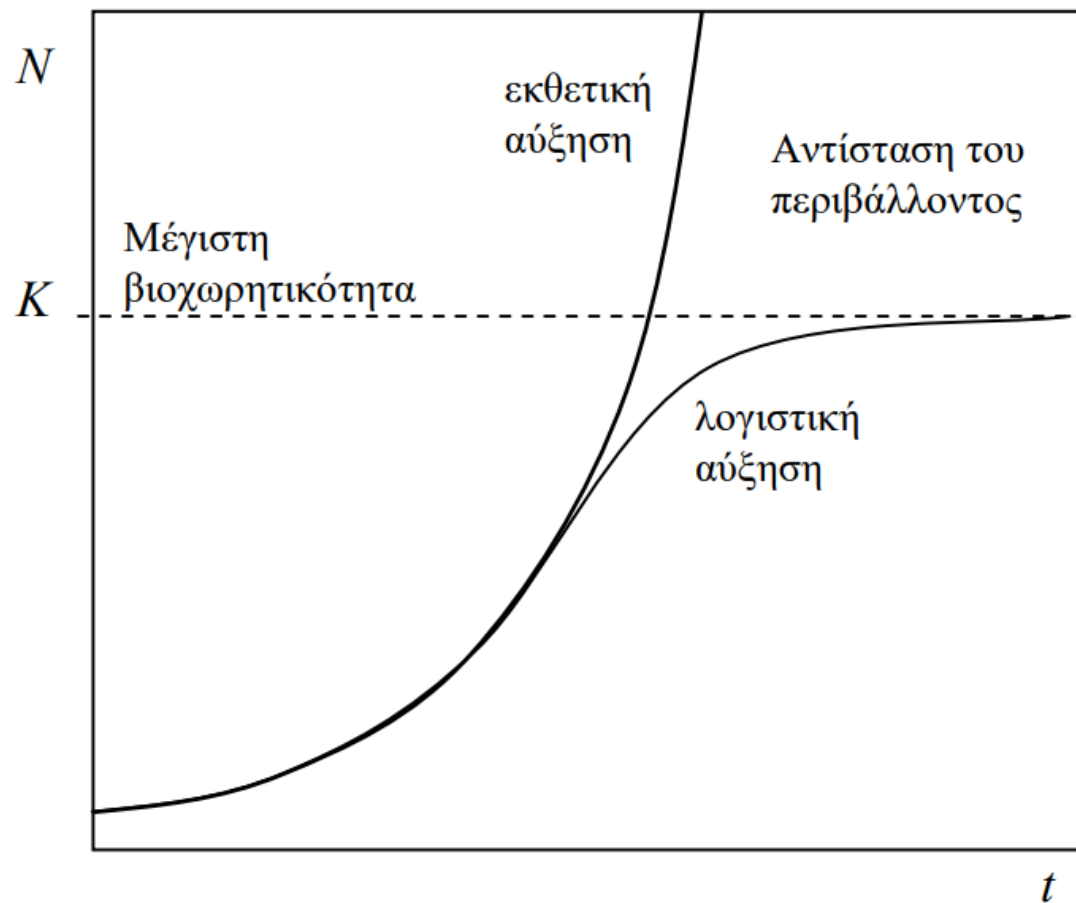
Παρόλο που δεχόμαστε ότι τα Μαθηματικά είναι κατεξοχήν ένα αφηρημένο αντικείμενο, η βασική φιλοσοφία από την οποία τα θεωρούμε είναι μια φιλοσοφία της κουλτούρας και της ανθρώπινης επικοινωνίας ως συγκεκριμένης και δημιουργικής Πράξης.

Κατά συνέπεια η χρησιμοποίηση της εκθετικής συνάρτησης
ως νόμου μεταβολής, δεν είναι τίποτα περισσότερο από την
επιλογή ενός αντιπροσώπου μιας μεγάλης κλάσης
μαθηματικών μοντέλων,
τα οποία αποτελούν αναπαραστάσεις διαμεσολαβημένων
αναπαραστάσεων.

Τα μοντέλα αυτά:

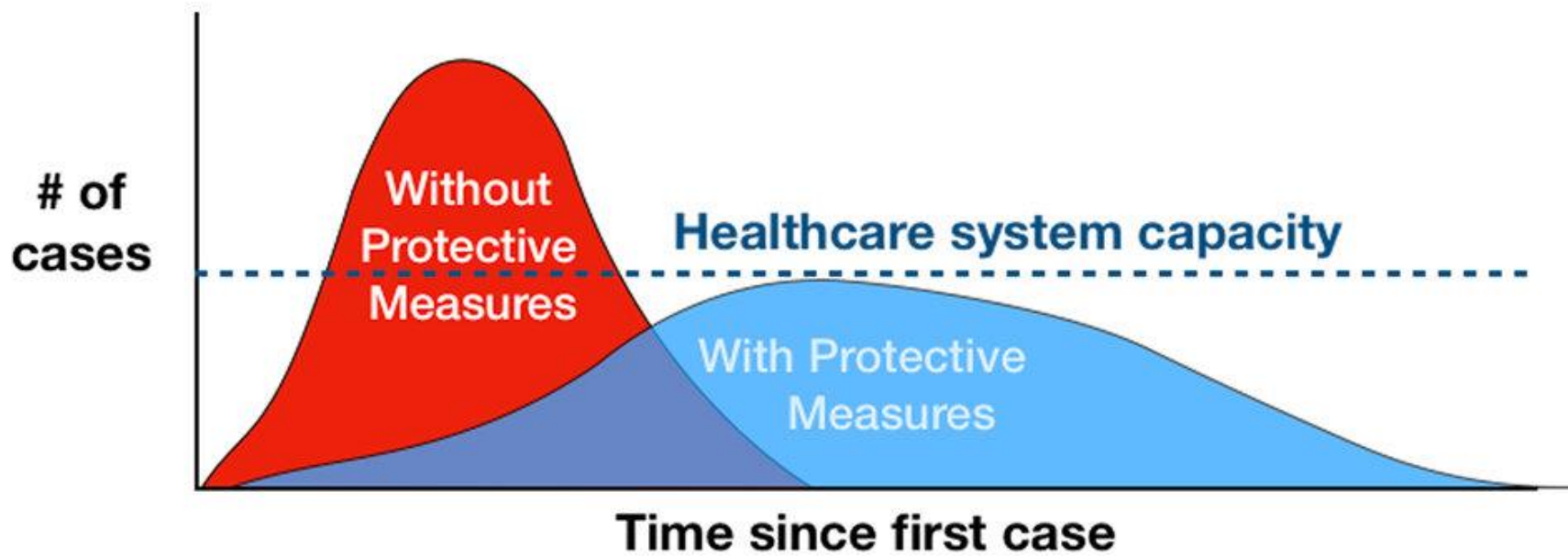
- ✓ αναλύουν φαινόμενα, διαδικασίες και συστήματα, με σκοπό την εξήγηση, τη διατύπωση εικασιών και την πρόβλεψη μελλοντικών καταστάσεων. Ταυτόχρονα συγκροτούν προσομοιώσεις φυσικών φαινομένων ή συμπεριφορών (που αντιστοιχούν στο πραγματολογικό επίπεδο της γλώσσας και της ανθρώπινης επικοινωνίας) και δεν επιδέχονται τους χαρακτηρισμούς “αληθές” ή “ψευδές”, αλλά “αποτελεσματικό”/ “λειτουργικό” ή τα αντίθετά τους.

- Δεν προσομοιώνουν την ίδια τη φύση, η οποία συχνά μας εκπλήσσει, αλλά αναπαριστούν με μαθηματικό τρόπο τις αντιλήψεις μας γι' αυτήν και βοηθούν υπό προϋποθέσεις στην εξήγηση των φαινομένων (εν προκειμένω των επιδημιολογικών δεδομένων), αναγάγοντάς τα σε ένα μικρό πλήθος μεταβλητών παραγόντων. Υπό μία έννοια, στα όρια της επιστημολογικής αυθαιρεσίας, δεν είναι τα πραγματικά –αν μπορούμε να τα πούμε έτσι– γεγονότα αυτά που κατευθύνουν την επιστημονική αναζήτηση, αλλά τα τεχνικά εργαλεία και μέσα μοντελοποίησης που είναι κάθε φορά διαθέσιμα.



Εδώ και 222 χρόνια, από τον Άγγλο οικονομολόγο Thomas R. Malthus και εντεύθεν, οι επιστήμονες προσπαθούν να κατασκευάσουν μαθηματικά πρότυπα που να περιγράφουν τις μεταβολές και την αλληλεπίδραση των πληθυσμών συναρτήσει του χρόνου. Για μικρές χρονικές περιόδους τέτοια πρότυπα έχουν εξαιρετικά καλή προσέγγιση, για μεγαλύτερες όμως οδηγούν σε εξωπραγματικά συμπεράσματα καθώς δεν λαμβάνουν υπόψη εξωγενείς παράγοντες που μειώνουν τον ρυθμό μεταβολής του πληθυσμού, ανακόπτοντας την εκθετική του αύξηση.

Κατ' αντιστοιχία και τα επιδημιολογικά μοντέλα δείχνουν αρχικά να είναι εκθετικά, εν τέλει όμως καταλήγουν να ακολουθούν μια σιγμοειδή καμπύλη που υπαγορεύεται από μια μορφή «λογιστικής εξίσωσης». Διότι αυτό που προξενεί τα νέα κρούσματα σε μια επιδημία δεν είναι μόνο τα υφιστάμενα κρούσματα, αλλά και μια **πιθανοθεωρητική συσχέτιση** με τον αριθμό των ατόμων που δεν έχουν νοσήσει ακόμη. Επιπλέον υπάρχουν ασθένειες στις οποίες αν κάποιος προσβληθεί και αναρρώσει, αναπτύσσει ανοσία στην ασθένεια. Αλλά και παράγοντες όπως οι καιρικές συνθήκες ή ο χρόνος που μεσολαβεί μέχρι να βρεθεί κατάλληλο εμβόλιο παίζουν σημαντικό ρόλο.



Adapted from CDC / The Economist

Για την ιστορία:

- Η μαθηματική μοντελοποίηση δεν διδάσκεται στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, πέρα από ορισμένες συναρτήσεις που, είτε οι ίδιες μέσω εκπεφρασμένων τύπων, είτε ορισμένες χαρακτηριστικές τους ιδιότητες δίνονται με αυθαίρετο τρόπο. Έτσι πολλοί μαθητές αντιλαμβάνονται λ.χ. την εκθετική συνάρτηση **μάλλον διαδικαστικά παρά εννοιολογικά**. Επί της ουσίας δηλαδή δεν φαίνεται να τους ενδιαφέρει η μαθηματική εξήγηση ενός φαινομένου, αλλά το πώς χρησιμοποιείται η εκθετική ή κάποια άλλη συνάρτηση προκειμένου «να λυθεί η άσκηση».

Αυτή η κρίση αργά ή γρήγορα θα περάσει. Είναι μαθηματικά βέβαιο ότι θα περάσει, απλά δεν γνωρίζουμε με ακρίβεια το πότε. Όταν όμως περάσει, τι θα έχουμε κερδίσει ως κοινωνία; Θα έχουμε γίνει σοφότεροι μέσα από μια διαδικασία αναστοχασμού επάνω σε βιωμένες προβληματικές καταστάσεις ή θα επαναλάβουμε τα ίδια λάθη;