



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Εξεταζόμενο μάθημα: Ευκλείδεια Γεωμετρία και μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες
Λαμία, 8 Σεπτεμβρίου 2021
Μ. Σταθά

- Η διάρκεια της εξέτασης είναι 2 ώρες (συμπεριλαμβανομένης της υποβολής).
- Αποθηκεύστε το pdf με τις λύσεις, με το όνομά σας.

Θέμα 1.

- (α) Να αναφέρετε τα πέντε αξιώματα του Ευκλείδη. [10]
(β) Να αναφέρετε τα αξιώματα του Hilbert για τον χώρο. [10]

Θέμα 2.

- (α) Δώστε τον ορισμό της Ευκλείδειας Γεωμετρίας του \mathbb{R}^n σύμφωνα με το Klein. [05]
(β) Χρησιμοποιήστε τον ορισμό της ισομετρίας για να αποδείξετε ότι μια ισομετρία του \mathbb{R}^2 απεικονίζει κύκλους σε κύκλους. [15]
(γ) Έστω $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ μια ορθκανονική βάση του \mathbb{R}^4 και $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ γραμμική απεικόνιση, η οποία ορίζεται από τις σχέσεις $f(v_1) = -v_2$, $f(v_2) = -v_3$, $f(v_3) = -v_4$, $f(v_4) = v_1$. Να εξεταστεί αν η f είναι ισομετρία. [15]

Θέμα 3.

- (α) Γράψτε την άρνηση του 5ου αξιώματος του Ευκλείδη που ισχύει στην Ελλειπτική Γεωμετρία. [10]
(β) Περιγράψτε τους πίνακες στροφής της μοναδιαίας σφαίρας \mathbb{S}^2 περί τους άξονες x, y και z . [15]

Θέμα 4.

- (α) Να περιγράψετε και να σχεδιάσετε τις υπερβολικές ευθείες στο άνω ημιεπίπεδο του Poincare $\mathcal{H} = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im}z > 0\}$. [10]
(β) Βρείτε έναν μετασχηματισμό Möbius ο οποίος απεικονίζει την προσανατολισμένη υπερβολική ευθεία $(0, \infty)$ στην προσανατολισμένη υπερβολική ευθεία (α, β) . [10]

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ