



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ - ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

6 Ιουλίου 2021

Διάρκεια εξέτασης: 20 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : Α.Μ

Θέμα 1^ο

(4μ.)

A.

Για διάφορες τιμές της παραμέτρου $t \in \mathbb{R}$ αναλύστε τις ιδιότητες σύγκλισης των επαναληπτικών μεθόδων Jacobi και Gauss–Seidel για τη λύση του γραμμικού συστήματος με πίνακα

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & t & 1+t \\ 0 & -1 & -t & 0 \\ 1+t & 0 & 1 & t \\ 0 & -t & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

B.

Μια σφαίρα εκτοξεύεται σε μια σήραγγα ύψους h με αρχική ταχύτητα v_0 και με γωνία κλίσης $\theta \geq 0$. Η σφαίρα φτάνει στο μέγιστο εύρος όταν η γωνία θ ικανοποιεί τη σχέση

$$\cos(\theta) = \sqrt{1 - \frac{2gh}{v_0^2}},$$

όπου $g=9.81\text{m/s}^2$. Προσδιορίστε την τιμή της γωνίας θ εφαρμόζοντας τη μέθοδο του Νεύτωνα όταν $h = 2\text{m}$ και $v_0 = 20\text{m/s}$. Χρησιμοποιήστε $\text{tol} = 10^{-9}$ ως ανοχή.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

25 Ιουνίου 2021

Διάρκεια εξέτασης: 25 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : Α.Μ

Θέμα 2^ο

(6μ.)

Έστω το ακόλουθο Πρόβλημα Αρχικών Τιμών με θεωρητική λύση $y(t) = t^2(e^t - e)$

$$y' = \frac{3y}{t+1} + t + 1, \quad 0 \leq t \leq 2, \quad y(0) = 0.$$

1. Ορίστε τη διαφορική εξίσωση και τη θεωρητική λύση ως συναρτήσεις του OCTAVE.
2. Να γραφεί πρόγραμμα script το οποίο να επιλύει το παραπάνω Π.Α.Τ. υλοποιώντας τη μέθοδο **rk4.m** με βήμα $h = 0.1$.
3. Να γίνει η γραφική παράσταση της προσεγγιστικής λύσης και της ακριβούς λύσης σε κοινό γράφημα. Προσθέστε ετικέτες, τίτλο και λεζάντα στο γράφημα σας.