



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

16 Σεπτεμβρίου 2021

Διάρκεια εξέτασης: 25 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ..... Α.Μ. ....

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

(2μ.)

Απαντήστε στις ακόλουθες ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής επιλέγοντας το λατινικό γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Θεωρείστε ως παραμέτρους  $A, B, \Gamma$  όπου αυτές εμφανίζονται, να είναι τα τρία τελευταία ψηφία του Αριθμού Μητρώου σας, π.χ. αν  $00AB\Gamma=00123$ , τότε  $A=1, B=2, \Gamma=3$ . Όλα τα ερωτήματα είναι ισοδύναμα.

**1.**

Έστω δυο σημεία  $(a, f(a)), (b, f(b))$ , τότε το πολυώνυμο γραμμικής παρεμβολής Lagrange που διέρχεται από τα δυο αυτά σημεία είναι της μορφής:

a.  $P_1(x) = \frac{x-b}{a-b}f(a) + \frac{x-a}{a-b}f(b)$

b.  $P_1(x) = \frac{x}{b-a}f(a) + \frac{x}{a-b}f(b)$

c.  $P_1(x) = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(b-a)$

d.  $P_1(x) = \frac{x-b}{a-b}f(a) + \frac{x-a}{b-a}f(b)$

**2.**

Έστω η εξίσωση  $x^2 - 4 = 0$ . Αν υλοποιήσουμε μια επανάληψη της μεθόδου Newton-Raphson για την επίλυση της εξίσωσης με αρχική τιμή  $x_0 = 6$ , τότε η προσέγγιση της ρίζας  $x_1$  είναι:

a. 10/3

b. 4/3

c. 7/3

d. Κανένα από τα παραπάνω

**3.**

Ποιος από τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς ισοδυναμεί με τον δυαδικό αριθμό 110010;

a. 100

b. 50

c. 48

d. 25

**4.**

Ποιο από τα παρακάτω ΔΕΝ αντιστοιχεί σε πολυώνυμο Taylor για τη συνάρτηση  $f(x)$ ;

a.  $f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x)}{3!}h^3 + \dots$

b.  $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \dots$

c.  $f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \dots$

d.  $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)x + \frac{f''(x_0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}x^3 + \dots$

**5.**

Ποιο από τα παρακάτω διαστήματα είναι κατάλληλο για τον εντοπισμό μιας θετικής ρίζας της εξίσωσης  $f(x) = 2x \cos(\pi x) - e^{x-1} = 0$  με τη μέθοδο της διχοτόμησης;

- a.  $[-1,0]$                       b.  $[-1,1]$                       c.  $[0,1]$                       d.  $[0,2]$

**6.**

Ποιος από τους παρακάτω πίνακες είναι κακής κατάστασης;

- a.  $\begin{pmatrix} 10^{15} & 0 \\ 0 & 10^{-15} \end{pmatrix}$     b.  $\begin{pmatrix} 10^{20} & 0 \\ 0 & 10^{20} \end{pmatrix}$     c.  $\begin{pmatrix} 10^{-3} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{pmatrix}$     d. Όλοι οι παραπάνω

**7.**

Αν υποθέσουμε ότι η ακόλουθη επαναληπτική μέθοδος σταθερού σημείου

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{3}{x_n} \right)$$

συγκλίνει, τότε σε ποιο σταθερό σημείο θα συγκλίνει;

- a.  $\sqrt{3}$                       b.  $\sqrt{2}$                       c.  $\sqrt{5}$                       d. Κανένα από τα παραπάνω

**8.**

Ποιες από τις παρακάτω τιμές, σε αριθμητική κινητής υποδιαστολής, αποτελεί αξιόπιστο δείκτη ότι ο πίνακας είναι μη αντιστρέψιμος;

- a. μικρή τιμή ορίζουσας  
b. μικρή τιμή νόρμας  
c. μεγάλη τιμή νόρμας  
d. μεγάλη τιμή του δείκτη κατάστασης.

**9.**

Ποιος ή ποιοι από τους παρακάτω πίνακες έχουν αυστηρά διαγώνια υπεροχή;

- (i).  $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 3 \\ 7 & 8 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$     (ii).  $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 3 \\ 5 & 8 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$     (iii).  $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 3 \\ 5 & 8 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$     (iv).  $\begin{pmatrix} -6 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$

- a. Ο πίνακας (ii)                      b. Ο πίνακας (iii)                      c. Οι πίνακες (i) και (iv)                      d. Όλοι οι πίνακες

**10.**

Έστω ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 1 \\ 6 & 5 & 7 \\ 0 & -10 & -3 \end{pmatrix}$$

τον οποίο θέλουμε να παραγοντοποιήσουμε στη μορφή LU εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο απαλοιφής του Gauss. Ποια είναι τα οδηγία στοιχεία στις περιπτώσεις μη οδήγησης και μερικής οδήγησης;

- a. 0 (μη οδήγηση), 6 (μερική οδήγηση)                      b. 4 (μη οδήγηση), 0 (μερική οδήγηση)  
c. 4 (μη οδήγηση), 6 (μερική οδήγηση)                      d. Κανένα από τα παραπάνω



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

16 Σεπτεμβρίου 2021

**Διάρκεια εξέτασης: 40 λεπτά**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ..... Α.Μ .....

**Θέμα 1<sup>ο</sup>** **(2μ.)**

Δίνεται ο πίνακας  $A = \begin{pmatrix} 1 & -\mu \\ -4\mu & 1 \end{pmatrix}$ , όπου  $\mu \geq 0$ .

Να υπολογιστούν οι φασματικές ακτίνες των επαναληπτικών πινάκων που αντιστοιχούν στις μεθόδους Jacobi και Gauss-Seidel, αντίστοιχα, για την επίλυση του συστήματος  $Ax = b$ . Τι συμπεραίνετε για τη σύγκλιση των 2 μεθόδων;

**Θέμα 2<sup>ο</sup>** **(2μ.)**

Δίνεται η μη γραμμική εξίσωση  $x^3 - x - 1 = 0$ .

A) Να δείξετε ότι έχει ακριβώς μια ρίζα στο διάστημα  $[1, 2]$ .

B) Να προσεγγίσετε τη ρίζα αυτή εκτελώντας 3 επαναλήψεις του αλγορίθμου της διχοτόμησης στο διάστημα  $[1, 2]$ .

Γ) Πόσες επαναλήψεις απαιτούνται για την επίλυση της εξίσωσης με ακρίβεια  $\varepsilon = 10^{-4}$  εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο της διχοτόμησης;



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

16 Σεπτεμβρίου 2021

**Διάρκεια εξέτασης: 40 λεπτά**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ..... Α.Μ .....

**Θέμα 1<sup>ο</sup>** **(2μ.)**

(Α) Να δοθεί σε μορφή Newton το πολυώνυμο παρεμβολής  $P(x)$  για τη συνάρτηση  $g(x) = \ln(x)$  που την παρεμβάλλει στα σημεία  $x_0 = 1, x_1 = 1.2, x_2 = 1.4$  και  $x_3 = 1.8$ .

(Β) Να δοθεί σαν συνάρτηση του  $x$ , άνω φράγμα για το σφάλμα της προσέγγισης  $|g(x) - P(x)|$  για  $x \in [1, 2]$ .

**Θέμα 2<sup>ο</sup>** **(2μ.)**

Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα  $\int_1^2 x^2 e^{-x^2} dx$  εφαρμόζοντας τον τύπο του τραπεζίου και τον κανόνα του Simpson, με πλήθος υποδιαστημάτων  $n=8$  και για τις 2 εφαρμογές.