



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

25 Ιουνίου 2021

Διάρκεια εξέτασης: 25 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : Α.Μ.

Θέμα 1^ο

(2μ.)

Απαντήστε στις ακόλουθες ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής επιλέγοντας το λατινικό γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Θεωρείστε ως παραμέτρους A, B, Γ όπου αυτές εμφανίζονται, να είναι τα τρία τελευταία ψηφία του Αριθμού Μητρώου σας, π.χ. αν $00AB\Gamma=00123$, τότε $A=1, B=2, \Gamma=3$. Όλα τα ερωτήματα είναι ισοδύναμα.

1. Πόσες πραγματικές ρίζες έχει η εξίσωση $\sin(x) - \Gamma x = 0$;

- a. 1 b. 2 c. 3 d. άπειρες

2. Έστω η συνάρτηση $f(x) = (x+1)(x-1)(x-\Gamma)$. Αν $\Gamma = 0$, τότε επιλέξετε το προηγούμενο ή επόμενο μη μηδενικό ψηφίο του ΑΜ σας. Πόσες ρίζες της $f(x)$ μπορούμε να προσεγγίσουμε αν εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο διχοτόμησης στο διάστημα $[-\Gamma-1, \Gamma+1]$;

- a. 3 b. 2 c. 1 d. Κανένα από τα παραπάνω

3. Ποια είναι η εκτίμηση σφάλματος ε της μεθόδου της διχοτόμησης όταν προσεγγίσουμε μια ρίζα της συνάρτησης $f(x) = \cos(x) - x$ στο διάστημα $[0,2]$ μετά από B επαναλήψεις; Αν $B=0$, τότε επιλέξετε το προηγούμενο ή επόμενο μη μηδενικό ψηφίο του ΑΜ σας.

- a. $\varepsilon=0.25$ b. $\varepsilon=0.03125$ c. $\varepsilon=0.0625$ d. Κανένα από τα παραπάνω

4. Έστω παραγωγίσιμη συνάρτηση $f(x)$ ορισμένη για κάθε τιμή του x . Υλοποιώντας τη μέθοδο Newton με αρχική προσέγγιση $x_0 = \Gamma$, όπου $f'(\Gamma) = 0$ είναι ...

- a. καλή επιλογή, γιατί $x_0 = \Gamma$ είναι ένα κρίσιμο σημείο της $f(x)$ και η μέθοδος του Νεύτωνα θα συγκλίνει πιο γρήγορα στη λύση.
b. μια κακή επιλογή, επειδή η μέθοδος του Νεύτωνα αποτυγχάνει.
c. συνήθως μια κακή επιλογή, αλλά μπορεί να λειτουργήσει αν είμαστε τυχεροί.

5. Έστω ένας $n \times n$ πίνακας K , όπου $n=A+B+\Gamma$. Ισχύει πάντα η ισότητα $\|K\|_1 = \|K^T\|_\infty$;

- a. Ναι b. Όχι

6. Αν $n = A+B+\Gamma$, τότε ποιοι από τους ακόλουθους πίνακες είναι κακής κατάστασης;

- a. $\begin{pmatrix} 10^n & 0 \\ 0 & 10^{-n} \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 10^n & 0 \\ 0 & 10^n \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 10^{-n} & 0 \\ 0 & 10^{-n} \end{pmatrix}$ d. Όλοι οι παραπάνω

7. Ποιος από τους παρακάτω δυαδικούς αριθμούς ισοδυναμεί με τον δεκαδικό αριθμό 25.375;

- a. 100110.011 b. 10011.110 c. 11001.011 d. 10011.0011

8. Ποιες από τις συναρτήσεις $g_1(x) = \cos(x)$, $g_2(x) = \cos^{-1}(x)$, $g_3(x) = x + \tan(x)$ είναι κατάλληλες ώστε η γενική επαναληπτική μέθοδος $x_{n+1} = g_i(x_n)$, $i = 1, 2, 3$ να συγκλίνει στη λύση της εξίσωσης $\cos(x) - x = 0$;

- a. $g_1(x)$ b. $g_1(x), g_2(x)$ c. $g_1(x), g_3(x)$ d. $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$

9. Για ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις η τιμή $\bar{x} = \sqrt{5}$ είναι ένα σταθερό σημείο;

- a. $g(x) = \frac{x}{\sqrt{5}}$ b. $g(x) = \sqrt{5}x$ c. $g(x) = x^2 - 4x$ d. $g(x) = 1 + \frac{4}{x+1}$

10. Έστω ένας $n \times n$ πίνακας K , όπου $n = A+B+\Gamma$. Αν ο πίνακας K είναι κακής κατάστασης, τότε η επίλυση του συστήματος $Kx = b \dots$

- a. είναι δύσκολη αν χρησιμοποιήσουμε παραγοντοποίηση LU, αλλά εύκολη αν χρησιμοποιήσουμε επαναληπτικές μεθόδους (π.χ. Jacobi, Gauss-Seidel).
b. είναι δύσκολη αν χρησιμοποιήσουμε επαναληπτικές μεθόδους (π.χ. Jacobi, Gauss-Seidel), αλλά εύκολη αν χρησιμοποιήσουμε παραγοντοποίηση LU.
c. είναι δύσκολη ανεξάρτητα από τη μέθοδο που θα χρησιμοποιήσουμε.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

25 Ιουνίου 2021

Διάρκεια εξέτασης: 35 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : Α.Μ

Θέμα 1^ο (2μ.)

Έστω ο πίνακας $K = \begin{pmatrix} 1 & \chi & \psi \\ 1 & 1 & \omega \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, όπου $\chi, \psi, \omega \in \mathbb{R}$.

1. Ποιες είναι οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι χ, ψ, ω ώστε οι επαναληπτικές μέθοδοι Jacobi και Gauss-Seidel να συγκλίνουν στη λύση του συστήματος $Kz = b$ για οποιαδήποτε αρχική προσέγγιση $z^{(0)} \in \mathbb{R}$;
2. Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τις μεθόδους Jacobi και Gauss-Seidel για τις παρακάτω τιμές των παραμέτρων στον πίνακα συντελεστών K :
 - i. $(\chi, \psi, \omega) = (\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{3})$
 - ii. $(\chi, \psi, \omega) = (2, -\frac{7}{2}, \frac{7}{4})$.

Θέμα 2^ο (2μ.)

Έστω ότι $P(x)$ είναι το πολυώνυμο παρεμβολής Lagrange βαθμού 9 για το οποίο ισχύει $P(1) = 112, P(9) = 2$ και $P(x) = 0$, για $x=2, 3, \dots, 8$. Υπολογίστε την τιμή $P(0)$.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

25 Ιουνίου 2021

Διάρκεια εξέτασης: 35 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : Α.Μ.

Θέμα 1^ο

(2μ.)

Για κάθε μια από τις επόμενες εξισώσεις

i. $3x^2 - e^x = 0$

ii. $x - \cos(x) = 0$

Να υπολογιστεί μια συνάρτηση $g(x)$ και ένα διάστημα $[a, \beta]$ στο οποίο η μέθοδος σταθερού σημείου $x_{n+1} = g(x_n)$ να συγκλίνει σε μια θετική ρίζα της εξίσωσης.

Θέμα 2^ο

(2μ.)

Να υπολογιστούν οι απαιτούμενες τιμές του πλήθους των υποδιαστημάτων n και του βήματος h για την προσέγγιση του ολοκληρώματος $\int_1^3 e^x \sin(x) dx$ με ακρίβεια 10^{-3} όταν εφαρμοστούν οι σύνθετοι τύποι του τραπεζίου και του Simpson, αντίστοιχα.