



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας  
Τμήμα Μαθηματικών

*1<sup>η</sup> Διημερίδα Μαθηματικών*

4-5 Μαΐου 2023

Λαμία



Αμφιθέατρο Ακαδημαϊκής Βιβλιοθήκης  
Σχολή Θετικών Επιστημών  
Άμπλιανη, Λαμία



*Πρόγραμμα με τίτλους και περιλήψεις  
διαλέξεων*

## **Ομιλητές**

**Μαρία Αδάμ**

Τμήμα Πληροφορικής με Εφαρμογές στη Βιοϊατρική  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**Μιχαήλ Ανούσης**

Τμήμα Μαθηματικών  
Πανεπιστήμιο Αιγαίου

**Ανδρέας Αρβανιτογεώργος**

Τμήμα Μαθηματικών  
Πανεπιστήμιο Πατρών

**Απόστολος Γιαννόπουλος**

Τομέας Μαθηματικών  
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών  
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

**Θεοφάνης Γραμμένος**

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

**Θεοδώρα Ιωαννίδου**

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών  
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

**Ανδρέας Κουτσογιάννης**

Τμήμα Μαθηματικών  
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

**Γεώργιος Κωστάκης**

Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών  
Πανεπιστήμιο Κρήτης

**Αντώνιος Μπίσιμπας**

Τμήμα Μαθηματικών  
Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας

**Βασίλειος Νεστορίδης**

Τμήμα Μαθηματικών  
Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

**Ανδρέας Τόλιας**

Τμήμα Μαθηματικών  
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

**Θεόδωρος Χωρικής**

Τμήμα Μαθηματικών  
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

## Πέμπτη 4/4/2023 Πρωινή συνεδρία

⌚ 9:45-10:00 Καλωσόρισμα 🗣️

⌚ 10:00-10:50 Γεώργιος Κωστάκης ✍️

*Γραμμικοί τελεστές με πυκνές τροχιές τοπικά-«κοντά» σ'ενα σημείο: υπερκυκλικότητα και τοπική υπερκυκλικότητα*

**Περίληψη:** Θα εξετάσουμε τις έννοιες της υπερκυκλικότητας, δηλαδή την ύπαρξη πυκνών τροχιών, καθώς και της τοπικής υπερκυκλικότητας γραμμικών τελεστών με στόχο να αναδείξουμε ομοιότητες και διαφορές των δύο εννοιών. Βασικά σημεία της ιστορικής εξέλιξης και τα κεντρικά αποτελέσματα αυτής της θεωρίας, στην οποία ουσιαστικά μελετάμε αυτό που λέμε δυναμική (dynamics) γραμμικών τελεστών, θα αποτελέσουν σημαντικό κομμάτι της διάλεξης. Τέλος θα διατυπώσουμε μια σειρά ανοιχτών προβλημάτων που αφορούν στην πιο πρόσφατη έννοια της τοπικής υπερκυκλικότητας.

⌚ 11:00-11:50 Θεόδωρος Χωρίκης ✍️

*Σαράντα (και κάτι!) κύματα*

**Περίληψη:** Θα κάνουμε μια σύντομη περιήγηση στην ιστορία των διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους, όπως αυτές περιγράφουν ενδιαφέροντα και σημαντικά κυματικά φαινόμενα.



⌚ 12:00-12:30 Διάλειμμα 🍷



⌚ 12:40-13:30 Ανδρέας Κουτσογιάννης ✍️

*Εργοδική θεωρία με εφαρμογές σε συνδυαστική και θεωρία αριθμών*

**Περίληψη:** Η «επαναστατική» προσέγγιση (και γενίκευση) του θεωρήματος του Szemerédi από τον Furstenberg, ως αποτέλεσμα επανεμφάνισης, δημιούργησε μια ερευνητική «έκρηξη» στην περιοχή της εργοδικής θεωρίας. Πλέον, όχι μόνο μπορούμε να αποδείξουμε αποτελέσματα άλλων περιοχών, αλλά και γενικεύσεις αυτών για τις οποίες δεν υπάρχουν ακόμα προσεγγίσεις πέραν αυτών μέσω εργοδικής θεωρίας. Ακολουθώντας αυτή τη λογική, θα παρουσιάσουμε μερικά πρώτα αποτελέσματα με εφαρμογές στην (απειρο) συνδυαστική και τη θεωρία αριθμών. Δεν χρειάζεται καμία προηγούμενη γνώση για την παρακολούθηση της ομιλίας αυτής.

**Πέμπτη 4/4/2023**  
**Απογευματινή συνεδρία**

⊕ 17:00-17:50 Μιχαήλ Ανούσης ✍

*Δυναμικά Συστήματα και Άλγεβρες Τελεστών*

**Περίληψη:** Η κατασκευή αλγεβρών τελεστών από δυναμικά συστήματα ξεκινά από την δεκαετία του 1930 με τις εργασίες των Murray και von Neumann. Έκτοτε οι άλγεβρες αυτές έχουν γίνει αντικείμενο μελέτης από πολλούς ερευνητές. Θα περιγράψουμε παραδείγματα αλγεβρών τελεστών που κατασκευάζονται από δυναμικά συστήματα όπως τα cross products και τα semicrossed products και θα χαρακτηρίσουμε το hyocompact ριζικό σε semicrossed products.

Τα αποτελέσματα που θα παρουσιάσουμε είναι αποτελέσματα κοινής δουλειάς με τους Γ. Ανδρεόλα και Χ. Μαγιάτη.

⊕ 18:00-18:50 Θεοδώρα Ιωαννίδου ✍

*Τοπολογικά Σολιτόνια*

**Περίληψη:** Τα σολιτόνια είναι λύσεις μερικών διαφορικών εξισώσεων με πολλές εφαρμογές στην φυσική, στα μαθηματικά, στην βιολογία στην κοσμολογία και σε άλλες επιστήμες. Θα γίνει μία αναφορά στην ανακάλυψη, εισαγωγή και μαθηματική ερμηνεία τους.



⊕ 19:00-19:15 Διάλειμμα 📌



⊕ 19:20-20:10 Ανδρέας Τόλιας ✍

*Διασπάσεις χώρων Banach και χώροι φραγμένων τελεστών*

**Περίληψη:** Στη διάλεξη αυτή θα παρουσιαστεί μια εισαγωγή, κάποια ιστορικά στοιχεία και κάποια πιο πρόσφατα αποτελέσματα που αφορούν τη θεωρία χώρων Banach, τις διασπάσεις αυτών και τους χώρους των τελεστών ενός χώρου Banach.

**Παρασκευή 5/4/2023**  
**Πρωινή συνεδρία**

⊕ 10:00-10:50 Ανδρέας Αρβανιτογεώργος ✍

*Η εξέλιξη της έννοιας της καμπυλότητας*

**Περίληψη:** Σκοπός της ομιλίας είναι να παρουσιάσω τη διαχρονική εξέλιξη της έννοιας της καμπυλότητας, από τον Απολλώνιο και τον Νεύτωνα μέχρι τον Riemann. Αναφορά θα γίνει σχετικά με κάποια γενικότερα προβλήματα της γεωμετρίας Riemann και εφαρμογές αυτής.

⊕ 11:00-11:50 Μαρία Αδάμ ✍

*Εντοπισμός ιδιοτιμών στο επίπεδο και εφαρμογές*

**Περίληψη:** Η περίληψη και περισσότερα στοιχεία που αφορούν τη διάλεξη, δίνονται στις τελευταίες σελίδες 7-8 του παρόντος προγράμματος.



⊕ 12:00-12:30 Διάλειμμα ☹



⊕ 12:40-13:30 Βασίλειος Νεστορίδης ✍

*Καθολικές σειρές Taylor μιας μεταβλητής, μία ανοικτή εικασία και προσέγγιση στις πολυλές μεταβλητές.*

**Περίληψη:** Η ύπαρξη καθολικών σειρών Taylor μιας μεταβλητής δείχνει ότι μπορεί μία δυναμοσειρά  $f$  να υπερσυγκλίνει προς μία συνάρτηση  $g$  χωρίς απαραίτητα η  $g$  να είναι συνέχιση της  $f$ . Είναι ανοικτό αν αυτό συμβαίνει με τον επιπλέον περιορισμό η  $g$  να ορίζεται σε ανοικτό του συνόλου ολομορφίας της  $f$ . Επεκτάσεις των καθολικών σειρών Taylor είναι δυνατές σε γινόμενα απλά συνεκτικών τόπων του επιπέδου και τίθεται το ερώτημα αν εξίσου άγριες ιδιότητες ισχύουν.

## Παρασκευή 5/4/2023 Απογευματινή συνεδρία

⌚ 17:00-17:50 Απόστολος Γιαννόπουλος ✍

### *Ισοπεριμετρικές σταθερές λογαριθμικά κοίλων μέτρων πιθανότητας*

**Περίληψη:** Αφετηρία μας είναι το πρόβλημα των τομών, που διατυπώθηκε από τον J. Bourgain και ρωτάει αν υπάρχει απόλυτη σταθερά  $c > 0$ , ανεξάρτητη από τη διάσταση, ώστε κάθε  $n$ -διάστατο κυρτό σώμα  $K$  όγκου 1 να έχει τομή με υπερεπίπεδο που έχει όγκο μεγαλύτερο από  $c$ . Θα δούμε ότι αυτό το απλό στη διατύπωση του πρόβλημα οδηγεί σε πολύ ισχυρές εικασίες που αφορούν την κατανομή του όγκου σε μεγάλες διαστάσεις. Μεταφράζοντας το πρόβλημα στο ισοδύναμό του πρόβλημα της ισοτροπικής σταθεράς και επεκτείνοντάς το στην κλάση των λογαριθμικά κοίλων μέτρων πιθανότητας, οδηγούμαστε στην ισοπεριμετρικού τύπου εικασία των Kannan-Lovasz-Simonovits και την εικασία του λεπτού δακτυλίου. Θα περιγράψουμε αυτές τις εικασίες, τις μεταξύ τους σχέσεις, και τις πρόσφατες εργασίες των Chen, Klartag και Lehec, οι οποίες δείχνουν ότι ουσιαστικά όλες αυτές οι εικασίες ισχύουν. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η ποικιλία των μεθόδων που αναπτύχθηκαν για να δοθούν απαντήσεις σε αυτά τα προβλήματα.

⌚ 18:00-18:50 Θεοφάνης Γραμμένος ✍

### *Γεωμετρική/αιτιακή δομή του χωροχρόνου και κλασικά θεωρήματα ιδιομορφιών*

**Περίληψη:** Μετά από μια σύντομη εισαγωγή στη γεωμετρία Lorentz, τη μαθηματική προσέγγιση της έννοιας της αιτιότητας, και την αιτιακή δομή της τετραδιάστατης χωροχρονικής πολλαπλότητας, παρουσιάζονται και αναλύονται τα κλασικά θεωρήματα ιδιομορφιών Penrose-Hawking, με έμφαση στον εύλογο χαρακτήρα των υποθέσεών τους, καθώς και στους περιορισμούς και τις επιπτώσεις που έχουν στη θεωρία των μελανών οπών και την κοσμολογία. Στη συνέχεια, στη βάση των θεωρημάτων Gannon-Lee, εξετάζονται οι δυσκολίες γενίκευσης των κλασικών θεωρημάτων ιδιομορφιών σε  $n$ -διάστατες μελανές οπές ( $n > 4$ ) και τη συναφή χωρική τοπολογία τους.



⌚ 19:00-19:15 Διάλειμμα 📌



⌚ 19:20-20:10 Αντώνιος Μπίσιμπας ✍

### *Φυσιολογικοί Αριθμοί και διάσταση Hausdorff*

**Περίληψη:** Θα ασχοληθούμε με τη συχνότητα εμφάνισης ενός ψηφίου ή συνδυασμού ψηφίων στη γραφή ενός αριθμού σε κάποιο σύστημα αρίθμησης (πχ δυαδικό, δεκαδικό κλπ). Θα δούμε με την έννοια της διάστασης Hausdorff, πόσο «μικρά» ή «μεγάλα» είναι διάφορα σύνολα που χαρακτηρίζονται από τη συχνότητα εμφάνισης των σχετικών ψηφίων. Εξετάζουμε επίσης τη διάσταση Hausdorff συνόλων, που χαρακτηρίζονται από τη συχνότητα εμφάνισης των ψηφίων, σε περισσότερα συστήματα αρίθμησης.

## Εντοπισμός ιδιοτιμών στο επίπεδο και εφαρμογές

Μαρία Αδάμ<sup>1</sup>

*Τμήμα Πληροφορικής με εφαρμογές στη Βιοϊατρική,  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Λαμία*

Αρκετές αλγεβρικές και υπολογιστικές μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί από πολλούς ερευνητές σε ποικίλες περιοχές των μαθηματικών προκειμένου να εντοπίσουν το φάσμα, το σύνολο των ιδιοτιμών, ενός τετραγωνικού πίνακα  $A$ . Μη κυρτά χωρία, όπως είναι η ένωση των δίσκων Gerschgorin [6], τα οβάλ του Cassini και του Brauer [4] και το χωρίο του Melman [8], τα οποία προσδιορίζονται με τη χρήση των στοιχείων και των νορμών του πίνακα, εντοπίζουν το φάσμα του πίνακα σε περιοχές του μιγαδικού επιπέδου. Το αριθμητικό πεδίο ενός πίνακα  $A$ , είναι ένα κυρτό, κλειστό και φραγμένο χωρίο του μιγαδικού επιπέδου που περικλείει το φάσμα του πίνακα και κατασκευάζεται ως τομή ημιεπιπέδων του μιγαδικού επιπέδου η κατασκευή των οποίων απαιτεί τη γνώση της μεγαλύτερης ιδιοτιμής του ερμιτιανού μέρους του πίνακα  $e^{i\theta} A$ , για κάθε  $\theta \in [0, 2\pi]$ , [7].

Ανισώσεις που αναφέρονται στο πραγματικό και φανταστικό μέρος των ιδιοτιμών του πίνακα  $A$  συμβάλουν στο να οριστούν καμπύλες δευτέρου [9], τρίτου ή και πέμπτου βαθμού, με τη βοήθεια των οποίων προσδιορίζονται χωρία του μιγαδικού επιπέδου, που εσωκλείουν το φάσμα του πίνακα  $A$ , [1,2,5]. Τέλος, η τομή των χωρίων που προκύπτουν κατά τη στροφή των προαναφερομένων καμπυλών κατά διάφορες γωνίες  $\theta \in [0, 2\pi]$  προσδιορίζουν μη κυρτές περιοχές στο μιγαδικό επίπεδο που εσωκλείονται στο αριθμητικό πεδίο του πίνακα  $A$  και οι οποίες περιέχουν το φάσμα του. Οι περιοχές αυτές είναι γνωστές στην αρθρογραφία ως περιβάλλουσες (envelopes) του πίνακα  $A$ , [3,10].

<sup>1</sup> Η εργασία αυτή υλοποιήθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «ParICT\_CENG: Βελτίωση ερευνητικών υποδομών ΤΠΕ στη Στερεά Ελλάδα για την επεξεργασία: μεγάλου όγκου δεδομένων από ροές αισθητήρων, πολυμέσων και πολύπλοκων μαθηματικών μοντέλων προσομοιώσεων» (MIS 5047244) που εντάσσεται στη Δράση «Ενίσχυση των Υποδομών Έρευνας και Καινοτομίας» και χρηματοδοτείται από το Επιχειρησιακό Πρόγραμμα «Ανταγωνιστικότητα, Επιχειρηματικότητα και Καινοτομία» στο πλαίσιο του ΕΣΠΑ 2014-2020, με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης (Ευρωπαϊκό Ταμείο Περιφερειακής Ανάπτυξης).

Επειδή ο εντοπισμός των ιδιοτιμών κατέχει σημαντικό ρόλο σε διάφορους τομείς των εφαρμοσμένων μαθηματικών και της επιστήμης των υπολογιστών, όπως είναι η θεωρία γραφημάτων, η θεωρία ελέγχου και η κρυπτογραφία, τα χωρία που παρουσιάζονται παραπάνω εφαρμόζονται σε πίνακες ειδικής μορφής, όπως είναι οι πίνακες γειτνίασης, Fibonacci και Toeplitz συγκρίνοντας τα διάφορα αποτελέσματα μεταξύ τους.

### Αναφορές

- [1] M. Adam and M. Tsatsomeros, An eigenvalue inequality and spectrum localization for complex matrices, *Electron. J. Linear Algebra*, vol. 15, (2006), pp. 239-250.
- [2] Aik. Aretaki, I. Kampitsis and M. Adam, Spectrum localization regions for real matrices, 4<sup>th</sup> International Conference on Numerical Analysis and Scientific Computation with Applications, NASCA23, Athens, Greece, (2023).
- [3] G. Bergqvist, Curves and envelopes that bound the spectrum of a matrix, *Linear Algebra and its Applics.*, vol. 557, (2018), pp. 1-21.
- [4] A. Brauer, Limits for the characteristic roots of a matrix II, *Duke Math. Journal*, vol.14, (1947), pp. 21-26.
- [5] Ch. Chorianopoulos and P. Psarrakos, On the shell and the shell-extremal eigenvalues of a square matrix, *Linear Algebra and Applics*, vol. 665, (2023), pp. 354-381.
- [6] S. Gerschgorin, Über die Abgrenzung der Eigenwerte einer Matrix, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser.Fiz-Mat*, vol.6, (1931), pp.749-754.
- [7] R.A. Horn and C.R. Johnson, *Topics in Matrix Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [8] A. Melman, Generalizations of Gershgorin disks and polynomial zeros, *Proceedings of the American Mathematical Society*, vol. 138, (2010), pp. 2349-2364.
- [9] O. Rojo, R. L. Soto, T. Avila and H. Rojo, Localization of eigenvalues in elliptic regions, *Comput. Math. Appl.* vol. 29, (1995), pp. 3–11.
- [10] P.J. Psarrakos and M.J. Tsatsomeros, An envelope for the spectrum of a matrix, *Cent. Eur. J. Math.*, vol. 10(1), (2012), pp. 292-302.